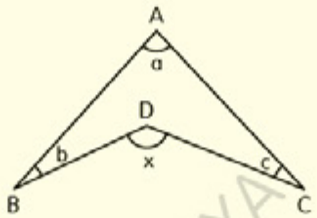
BÖLÜM 3

TYT - AYT GEOMETRİ

FORMÜLLER VE İSPATLAR

(80-92) Sayfa

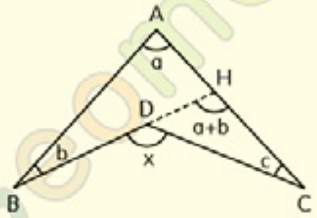
1.



Şekildeki gibi içbükey bir dörtgende,

x = a+b+c dir.(Şalvar kuralı)

İSPAT:

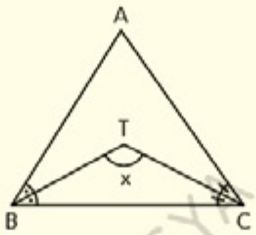


[BD] uzantısının, [AC] yi kestiği nokta H olsun.

ABH üçgeninde, $m(\widehat{DHC}) = a+b$ (dış açı)

HDC üçgeninde, $m(\widehat{BDC}) = x = a+b+c$ (dış açı)

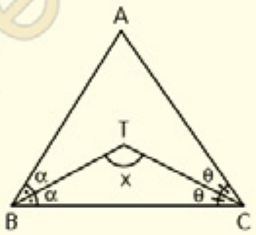
2.



Bir üçgende; iki iç açıortayın oluşturduğu açının ölçüsü, üçüncü köşedeki iç açının ölçüsünün yarısından 90° fazladır.

$$m(\widehat{BTC}) = x = 90° + \frac{m(\widehat{A})}{2}$$

İSPAT:



TBC üçgeninde, $x+\alpha+\theta = 180°$ 1

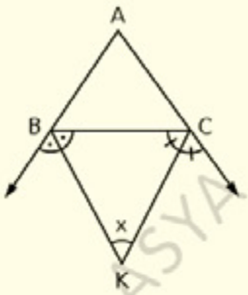
ABC üçgeninde, $m(\widehat{A})+2\alpha+2\theta = 180°$ 2

1; (-2) ile çarpılıp, 2 ile taraf tarafa toplanırsa

$$\begin{array}{r} -2x-2\alpha-2\theta = -360° \\ + \quad m(\widehat{A})+2\alpha+2\theta = 180° \\ \hline -2x+m(\widehat{A}) = -180° \end{array}$$ dir.

$m(\widehat{BTC}) = x = 90° + \frac{m(\widehat{A})}{2}$ bulunur.

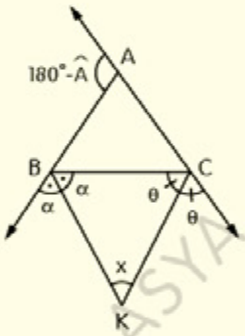
3.



Bir üçgende; İki dış açıortayın oluşturduğu açının ölçüsü, üçüncü köşedeki açının ölçüsünün yarısının tümleridir.

$m(\widehat{CKB}) = x = 90° - \frac{m(\widehat{A})}{2}$

İSPAT:



BKC üçgeninde, $x+\alpha+\theta = 180°$ 1

ABC üçgeninde dış açılar,

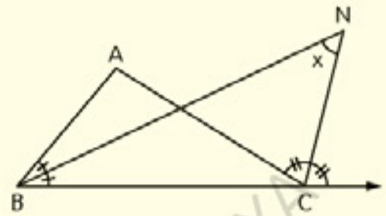
$180° - m(\widehat{A}) + 2\alpha + 2\theta = 360°$ 2

1; (-2) ile çarpılıp, 2 ile taraf tarafa toplanırsa

$$\begin{array}{rl} & -2x - \cancel{2\alpha} - \cancel{2\theta} = -\cancel{360°} \\ + & 180° - m(\widehat{A}) + \cancel{2\alpha} + \cancel{2\theta} = \cancel{360°} \\ \hline & -2x + 180° - m(\widehat{A}) = 0 \text{ olur.} \end{array}$$

$m(\widehat{CKB}) = x = 90° - \frac{m(\widehat{A})}{2}$ bulunur.

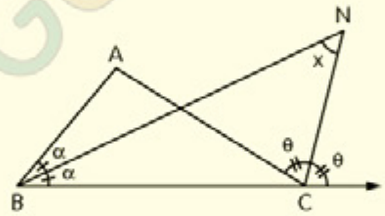
4.



Bir üçgende; komşu olmayan bir iç açı ve bir dış açının açıortaylarının oluşturduğu açının ölçüsü, üçüncü köşedeki açının ölçüsünün yarısına eşittir.

$m(\widehat{BNC}) = x = \frac{m(\widehat{A})}{2}$

İSPAT:



ABC üçgeninde, $m(\widehat{A}) + 2\alpha = 2\theta$ (dış açı)

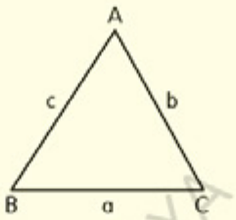
$\frac{m(\widehat{A})}{2} = \theta - \alpha$

NBC üçgeninde, $x + \alpha = \theta$ (dış açı)

$x = \theta - \alpha$

$m(\widehat{BNC}) = x = \frac{m(\widehat{A})}{2}$

5.



Bir üçgende bir kenar uzunluğu; diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük, farkının mutlak değerinden büyüktür.

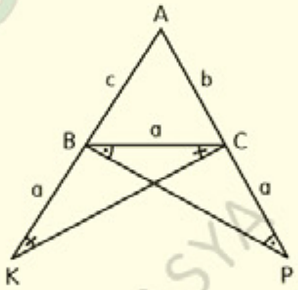
ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b, c ise;

$|b-c| < a < b+c$,

$|a-c| < b < a+c$,

$|a-b| < c < a+b$ dir.

İSPAT:



[AB] kenarının uzantısı üzerinde $|BC| = |BK| = a$ olacak biçimde bir K noktası alalım.

AKC üçgeninde $m(\widehat{CKA}) < m(\widehat{ACK})$ olduğundan $b < a+c$ dir.

[AC] kenarının uzantısı üzerinde $|BC| = |CP| = a$ olacak biçimde bir P noktası alalım.

ABP üçgeninde $m(\widehat{APB}) < m(\widehat{PBA})$ olduğundan $c < a+b$ dir.

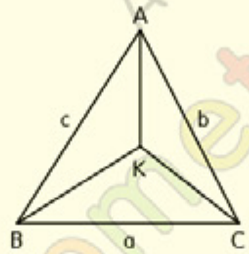
$c < a+b$, $c-a < b$, $|a-c| < b$ yazılırsa;

$|a-c| < b < a+c$ bulunur.

Aynı işlemler diğer kenarlar için de yapılırsa;

$|b-c| < a < b+c$, $|a-b| < c < a+b$ dir.

6.



Bir ABC üçgeninde içinde alınan herhangi bir K noktasının, üçgenin köşelerine olan uzaklıkları toplamı; üçgenin yarı çevresinden büyük, çevresinden küçüktür.

Şekildeki ABC üçgeninde $|BC| = a$, $|AC| = b$, $|AB| = c$ ve $a+b+c = 2u$ olmak üzere;

$u < |KA|+|KB|+|KC| < 2u$ dur.

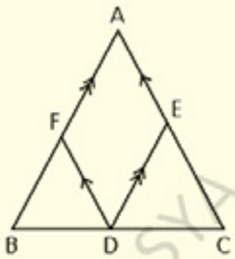
İSPAT:

$$\begin{array}{l} c < |KA|+|KB| < a+b \\ a < |KB|+|KC| < b+c \\ b < |KA|+|KC| < a+c \\ \hline \end{array} \quad +$$

$$\frac{a+b+c}{2} < |KA|+|KB|+|KC| < a+b+c$$

$u < |KA|+|KB|+|KC| < 2u$ bulunur.

7.



İkizkenar bir üçgende taban üzerinden alınan bir noktadan, eş kenarlara çizilen paralel doğru parçalarının uzunlukları toplamı eş kenarların birinin uzunluğuna eşittir.

Şekilde; $|AB| = |AC|$,

$[DE] \parallel [AB]$ ve $[DF] \parallel [AC]$ ise

$|DE| + |DF| = |AB| = |AC|$ dir.

İSPAT:

$|AF| = x$, $|AE| = y$ dersek;

FDEA paralelkenar olduğundan,

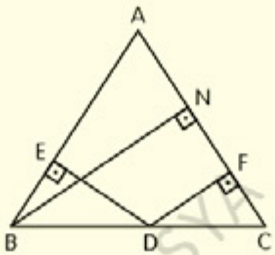
$|AF| = |DE| = x$, $|AE| = |DF| = y$ olur.

$m(\widehat{B}) = m(\widehat{CDE})$, $m(\widehat{C}) = m(\widehat{FDB})$ (yöndeş açılar)

$|DE| = |EC| = x$, $|DF| = |FB| = y$

$|DE| + |DF| = x + y = |AB| = |AC|$ bulunur.

8.



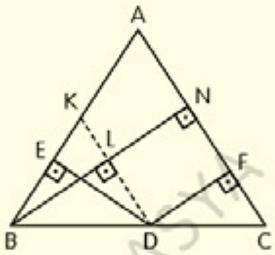
İkizkenar bir üçgende taban üzerinden alınan bir noktadan, eşit kenarlara indirilen dikmelerin toplamı eşit kenarlara ait bir yüksekliğe eşittir.

Şekilde;

$|AB| = |AC|$, $[DF] \perp [AC]$ ve $[DE] \perp [AB]$ ise

$|BN| = |ED| + |DF|$ dir.

İSPAT:



$[AC] \parallel [KD]$ çizersek;

LDFN dikdörtgen ve KBD üçgeni ikizkenar olur.

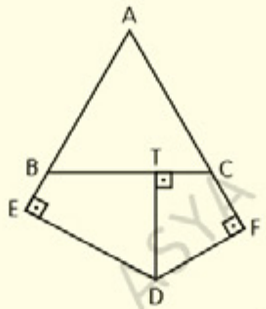
$|KB| = |KD|$ ve $[BL] \perp [KD]$, $[DE] \perp [KB]$ olduğundan $|BL| = |ED|$ dir.

LDFN dikdörtgeninde, $|LN| = |DF|$

$|BN| = |BL| + |LN|$ olduğundan,

$|BN| = |ED| + |DF|$ bulunur.

9.

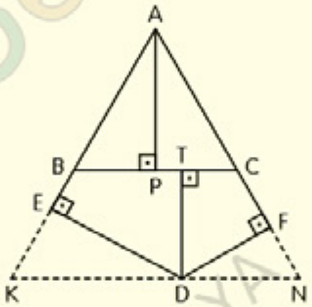


Şekilde ABC eşkenar üçgen,

[DE] ⊥ [AE], [DT] ⊥ [BC], [DF] ⊥ [AF] ise

$\frac{|AB|\sqrt{3}}{2} = |ED|+|DF|-|DT|$ dir.

İSPAT:



D noktasından [BC] // [KN] çizelim.

AKN üçgeni eşkenardır ve üçgenin yükseklik uzunluğu, |ED|+|DF| ye eşittir.

$h_a = h_k = h_n = |ED|+|DF|$

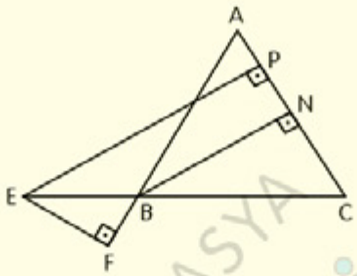
$h_a = |AP|+|DT|$

$|AP| = |ED|+|DF|-|DT|$

Bu durumda,

$\frac{|AB|\sqrt{3}}{2} = |ED|+|DF|-|DT|$ bulunur.

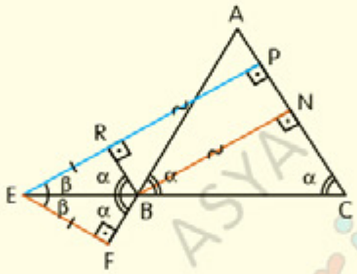
10.



İkizkenar üçgenin tabanının uzantısı üzerinde alınan bir noktadan, üçgenin eşit kenarlarına inilen dikmelerin uzunlukları farkının mutlak değeri eşit kenarlara ait bir yüksekliğe eşittir.

Şekilde; |AB| = |AC|, [EP] ⊥ [AC], [EF] ⊥ [AF] ve [BN] ⊥ [AC] ise |EP|-|EF| = |BN| dir.

İSPAT:



[BR] ⊥ [EP] çizersek; RBNP dikdörtgen ve [AC] // [BR] olur. $\widehat{ABC}$ nin taban açılarına α diyelim. $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{RBE}) = \alpha$ (yöndeş açılar)

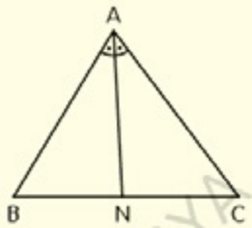
$m(\widehat{CBA}) = m(\widehat{EBF}) = \alpha$ (ters açılar).

Bu durumda $m(\widehat{BER}) = m(\widehat{FEB}) = \beta$ olur.

$\widehat{EBR} \cong \widehat{EBF}$ (A.K.A) (|ER| = |EF|, |BR| = |BF|)

|EP| = |ER|+|RP|, |EP| = |EF|+|BN|, |EP|-|EF| = |BN|

11.



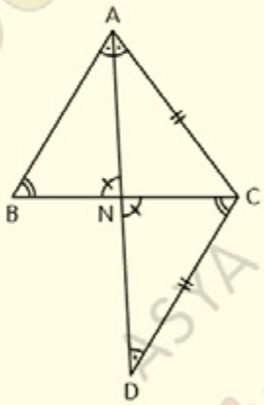
İç açıortay teoremi;

Bir üçgende açıortay uzunluğu karşı kenarı komşu kenarları oranında böler.

Şekildeki ABC üçgeninde [AN] açıortay ise;

$\frac{|AB|}{|BN|} = \frac{|AC|}{|CN|}$ dir.

İSPAT:



[AN] uzantısından [CD] // [AB] olacak şekilde bir D noktası alalım.

$m(\widehat{BAN}) = m(\widehat{CDN})$ (iç ters açılar) olduğundan ADC ikizkenar üçgen olur.

Buna göre $|AC| = |CD|$ dir.

$m(\widehat{NBA}) = m(\widehat{NCD})$ (iç ters açılar)

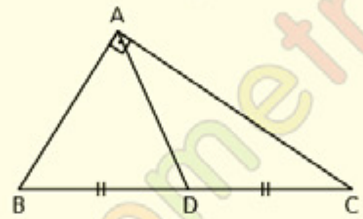
$m(\widehat{ANB}) = m(\widehat{DNC})$ (ters açılar)

$\widehat{ABN} \sim \widehat{DCN}$ (A.A.A)

$\frac{|AB|}{|DC|} = \frac{|BN|}{|CN|} = \frac{|AN|}{|DN|}$ dir.

Buradan $\frac{|AB|}{|BN|} = \frac{|AC|}{|CN|}$ bulunur.

12.



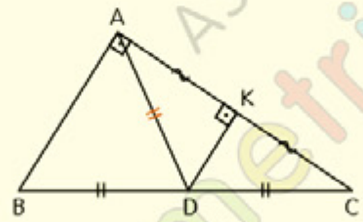
Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortay uzunluğu hipotenüs uzunluğunun yarısına eşittir.

Şekildeki ABC üçgeninde,

$m(\widehat{A}) = 90°$ ve $|BD| = |DC|$ ise;

$|BD| = |DC| = |AD|$ dir.

İSPAT-1:



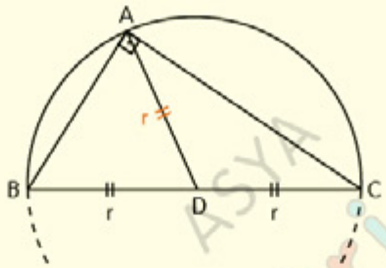
$[DK] \perp [AC]$ çizelim.

$\widehat{ABC} \sim \widehat{KDC}$ olduğundan, $|AK| = |KC|$ dir.

[DK]; yükseklik ve kenarortay olduğundan, ADC üçgeni ikizkenardır.

Buna göre, $|BD| = |DC| = |AD|$ olur.

İSPAT-2:



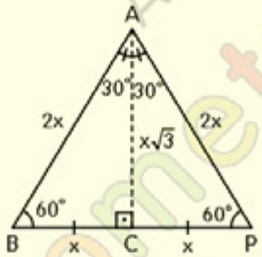
Bir dik üçgenin hipotenüsü çevrel çemberinin çapıdır ve hipotenüsün orta noktası çevrel çemberinin merkezidir.

$\widehat{ABC}$ nin D merkezli çevrel çemberinde,

$|BD| = |DC| = |AD| = r$ dir.

13. **Bir dik üçgende 30° lik açının karşısındaki kenar uzunluğu x birim ise; hipotenüs uzunluğu 2x birim, 60° lik açının karşısındaki kenar uzunluğu da $x\sqrt{3}$ birimdir.**

İSPAT:



Bir (ABP) eşkenar üçgen ve üçgenin ([AC]) simetri eksenini çizelim.

$|BC| = x$ br dersek;

$|AB| = |AP| = |BP| = 2x$ br olur.

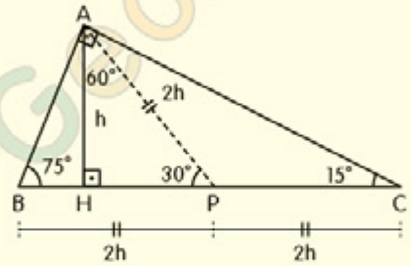
Pisagor bağıntısından,

$4x^2 = x^2 + |AC|^2$

$|AC| = x\sqrt{3}$ br bulunur.

14. **Bir 15°-75°-90° dik üçgeninde hipotenüs ait yükseklik, hipotenüsün dörtte biri kadardır.**

İSPAT:



ABC 15°-75°-90° dik üçgenininde,

[AP] kenarortayını çizelim.

Hipotenüse ait kenarortay uzunluğu hipotenüs uzunluğunun yarısına eşit olduğundan,

$|BP| = |PC| = |AP|$ olur.

$m(\widehat{ACP}) = m(\widehat{PAC}) = 15°$, $m(\widehat{APB}) = 30°$

AHP 30°-60°-90° dik üçgenininde,

$|AH| = h$ br dersek; $|AP| = 2h$ br dir.

$|BP| = |PC| = |AP| = 2h$ br

$|BC| = 4|AH|$ bulunur.

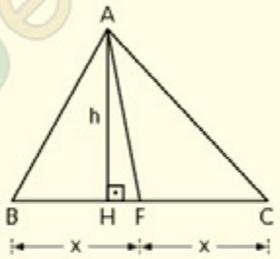
15.

Herhangi bir ABC üçgeninde bir kenara ait kenarortay uzunluğu üçgenin alanını iki eşit alana ayırır.

Şekildeki ABC üçgeninde $|BF| = |FC|$ ise;

Alan(ABF) = Alan(AFC) dir.

İSPAT:



ABC üçgeninde [AH] yükseklik olsun.

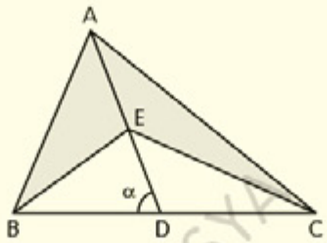
$|AH| = h$, $|BF| = |FC| = x$ diyelim.

$$\text{Alan}(ABF) = \frac{x.h}{2}\ br^2$$

$$\text{Alan}(AFC) = \frac{x.h}{2}\ br^2$$

Alan(ABF) = Alan(AFC) bulunur.

16.



Şekildeki ABC üçgeninde,

$m(\widehat{ADB}) = \alpha$ ise;

Alan(ABEC) $= \frac{1}{2}.|AE|.|BC|.\sin\alpha$ dır.

İSPAT:

$$\text{Alan}(ABC) = \frac{1}{2}.|AD|.|BC|.\sin\alpha$$

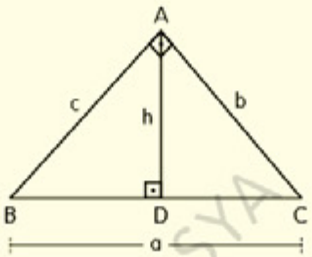
$$\text{Alan}(EBC) = \frac{1}{2}.|ED|.|BC|.\sin\alpha$$

Alan(ABEC) = Alan(ABC)-Alan(EBC)

$$\text{Alan}(ABEC) = \frac{1}{2}.|BC|.\sin\alpha.(|AD|-|ED|)$$

$$\text{Alan}(ABEC) = \frac{1}{2}.|AE|.|BC|.\sin\alpha \text{ bulunur.}$$

17.



Alan bağıntısı;

Şekildeki ABC üçgeninde;

[BA] ⊥ [AC], [AD] ⊥ [BC], |AB| = c br, |AC| = b br,

|BC| = a br ve |AD| = h br olmak üzere;

$h = \frac{c.b}{a}$ br dir.

İSPAT:

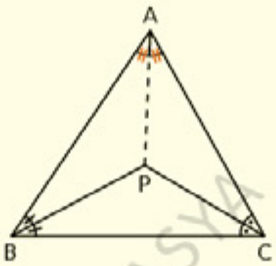
Alan(ABC) = $\frac{a.h}{2}$ br² 1

Alan(ABC) = $\frac{c.b}{2}$ br² 2

1 ve 2 den $\frac{a.h}{2} = \frac{c.b}{2}$ olur.

Buna göre, $h = \frac{c.b}{a}$ br bulunur.

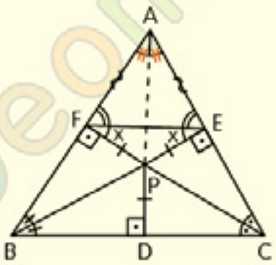
18.



Şekildeki ABC üçgeninde,

[BP] ve [CP] açıortay ise; **[AP] açıortaydır.**

İSPAT:



[PF] ⊥ [AB], [PE] ⊥ [AC] ve [PD] ⊥ [BC] olsun.

$\widehat{PBD} \cong \widehat{PBF}$ (A.K.A) ve $\widehat{PCD} \cong \widehat{PCE}$ (A.K.A) dan;

|PD| = |PF| = |PE| dir.

[FE] çizelim. $m(\widehat{PFE}) = x$ dersek; $m(\widehat{FEP}) = x$ olur.

$m(\widehat{AEF}) = m(\widehat{EFA}) = 90° - x$, **|AF| = |AE|**

[AP] çizelim. $\widehat{AFP} \cong \widehat{AEP}$ (K.A.K) yada (K.K.K)

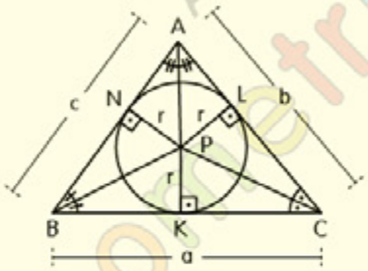
Buradan; **$m(\widehat{FAP}) = m(\widehat{PAE})$** bulunur.

(Bir üçgende iç açıortaylar tek bir noktada kesişir. P noktası, ABC üçgeninin iç teğet çemberinin merkezidir.)

19. Bir üçgenin iç teğet çemberinin yarıçapı r, kenar uzunlukları a, b, c ve $u = \frac{a+b+c}{2}$ ise

Alan($\widehat{ABC}$) = u.r dir.

İSPAT:



Değme noktaları N, K, L olsun.

Teğet, değme noktasında yarıçapa dik olduğundan $|PN| = |PK| = |PL| = r$ ve $[PN] \perp [AB]$, $[PK] \perp [BC]$, $[PL] \perp [AC]$ dir.Buna göre;

$Alan(BPC) = \frac{a.r}{2}$

$Alan(CPA) = \frac{b.r}{2}$

$Alan(APB) = \frac{c.r}{2}$

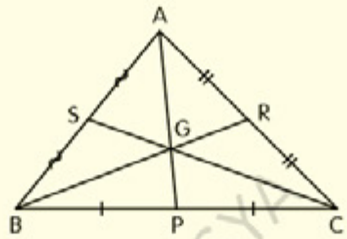
$Alan(ABC) = Alan(BPC) + Alan(CPA) + Alan(APB)$

$Alan(ABC) = \left(\frac{a+b+c}{2}\right).r = u.r$ bulunur.

Ayrıca, üçgenlerin alanları kenar uzunlukları ile orantılı olur.

$\frac{Alan(BPC)}{a} = \frac{Alan(CPA)}{b} = \frac{Alan(APB)}{c}$

20.



Kenarortay teoremi:

Şekildeki ABC üçgeninde;

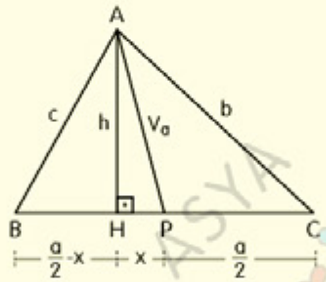
$|BC| = a$ br, $|AC| = b$ br, $|AB| = c$ br ve

$|AP| = V_a$ br, $|BR| = V_b$ br, $|CS| = V_c$ br ise;

$2V_a^2 = b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2}$, $2V_b^2 = a^2 + c^2 - \frac{b^2}{2}$ ve

$2V_c^2 = a^2 + b^2 - \frac{c^2}{2}$ dir.

İSPAT:



ABC üçgeninde [AH]; BC kenarına dik olsun.

$|HP| = x$ br dersek; $|BH| = \frac{a}{2} - x$ br dir.

$\widehat{AHP}$ de pisagor bağıntısı, $h^2 + x^2 = V_a^2$

$\widehat{AHC}$ de pisagor bağıntısı, $h^2 + (x + \frac{a}{2})^2 = b^2$ 1

$\widehat{AHB}$ de pisagor bağıntısı, $h^2 + (\frac{a}{2} - x)^2 = c^2$ 2

1 ve 2 yi taraf tarafa toplayalım.

$2h^2+(x^2+a\cancel{x}+\frac{a^2}{4})+(\frac{a^2}{4}-a\cancel{x}+x^2)=b^2+c^2$

$2(h^2+x^2)=b^2+c^2-\frac{a^2}{2}$

$h^2+x^2=V_a^2$ idi. h^2+x^2 yerine V_a^2 yazarsak;

$2V_a^2=b^2+c^2-\frac{a^2}{2}$ bulunur.

Aynı işlemler AB ve AC kenarı için de yapılırsa;

$2V_b^2=a^2+c^2-\frac{b^2}{2}$, $2V_c^2=a^2+b^2-\frac{c^2}{2}$ olur.

21. Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b, c ve kenarortay uzunlukları V_a, V_b, V_c olmak üzere; $\mathbf{4(V_a^2+V_b^2+V_c^2)=3(a^2+b^2+c^2)}$ dir.

İSPAT:

ABC üçgeninde;

$2V_a^2=b^2+c^2-\frac{a^2}{2}$ (kenarortay teoremi)

$2V_b^2=a^2+c^2-\frac{b^2}{2}$ (kenarortay teoremi)

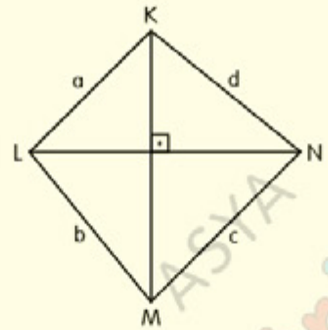
$2V_c^2=a^2+b^2-\frac{c^2}{2}$ (kenarortay teoremi)

$+$

$2(V_a^2+V_b^2+V_c^2)=\frac{3}{2}(a^2+b^2+c^2)$

$4(V_a^2+V_b^2+V_c^2)=3(a^2+b^2+c^2)$ bulunur.

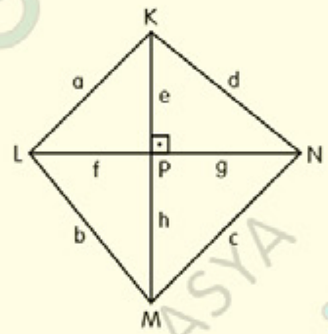
22.



Şekildeki KLMN dörtgeninde;

[KM] ve [LN] köşegen, [KM] ⊥ [LN], |KL| = a cm, |LM| = b cm, |MN| = c cm ve |NK| = d cm olmak üzere; $\mathbf{a^2+c^2=b^2+d^2}$ dir.

İSPAT:



$\widehat{KLP}$, $\widehat{LPM}$, $\widehat{PMN}$ ve $\widehat{KPN}$ inde; pisagor yazılır,

2 ile 4 (-) çarpılır ve taraf tarafa toplanırsa;

$a^2=e^2+f^2$ 1

(-) / $b^2=h^2+f^2$ 2

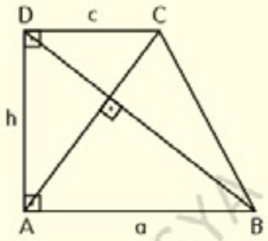
$c^2=h^2+g^2$ 3

(-) / $d^2=e^2+g^2$ 4

$+$

$a^2+c^2=b^2+d^2$ bulunur.

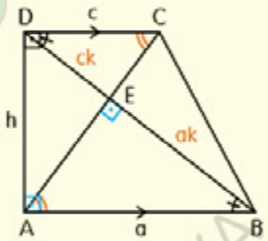
23.



Dik yamukta köşegenler birbirine dik ise yükseklik alt ve üst tabanın geometrik ortasıdır.

Şekildeki ABCD dörtgeninde [CD] ⊥ [DA], [DA] ⊥ [AB], [DB] ⊥ [AC], |AB| = a br, |CD| = c br ve |DA| = h br olmak üzere; $h = \sqrt{ac}$ br dir.

İSPAT:



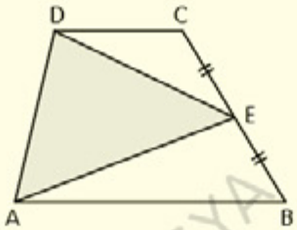
[AB] // [CD]

$\widehat{ECD} \sim \widehat{EAB}$, |ED| = ck br dersek; |EB| = ak br dir.

DAB üçgeninde öklid bağıntıları yazılır, taraf tarafa bölünürse;

$\frac{h^2}{a^2} = \frac{ck.(a+c)k}{ak.(a+c)k}$, $h = \sqrt{ac}$ br bulunur.

24.

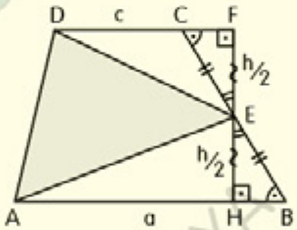


Bir yamukta, yan kenarlardan birisinin orta noktası, karşı iki köşe ile birleştirildiğinde elde edilen üçgenin alanı, yamuğun alanının yarısına eşittir.

ABCD yamuk ve |BE| = |EC| ise;

$A(DAE) = \frac{1}{2}.A(ABCD)$ dir.

İSPAT:



$\widehat{ECF} \cong \widehat{EBH}$ (A.K.A), $|EF| = |EH| = \frac{h}{2}$

$A(ABCD) = A(DEC) + A(DAE) + A(EAB) = \frac{a+c}{2}.h$

$\frac{c.h}{4} + A(DAE) + \frac{a.h}{4} = \frac{a+c}{2}.h$

$A(DAE) = \frac{a+c}{2}.h - \frac{a+c}{4}.h$, $A(DAE) = \frac{1}{2}.\frac{a+c}{2}.h$

$A(DAE) = \frac{1}{2}.A(ABCD)$

ETİKETLER

geometri soru bankası pdf , geometri soru bankası pdf indir, geometri pdf indir, geometri pdf kitap indir, tyt-yks geometri, tyt-yks geometri konuları, tyt geometri konuları, yks geometri konuları, tyt geometri pdf, yks geometri pdf, tyt geometri pdf indir, geometri test pdf, yks geometri pdf, geometri pdf soru bankası, matematik pdf, tyt matematik pdf indir, yks matematik pdf indir, matematik test pdf, yks matematik pdf, geometri pdf soru bankası, geometri pdf test, geometri çözümlü sorular pdf, doğruda açılar test pdf, doğruda ve üçgende açılar çözümlü sorular pdf, dik üçgen soruları pdf, dik üçgen test pdf, ikizkenar üçgen çözümlü sorular pdf, eşkenar üçgen çözümlü sorular pdf, açıortay çözümlü sorular pdf, eşkenar üçgen test pdf, tyt 2021, tyt 2021 pdf, yks 2020, yks 2020 pdf, yks 2021, yks 2021 pdf, tyt 2020, tyt 2020 pdf, tyt-ayt 2020, tyt deneme sınavı, yks deneme sınavı, eşkenar üçgen soruları pdf, üçgenler pdf indir, üçgenler soru bankası pdf, yamuk, yamuk çözümlü sorular pdf, paralelkenar soruları ve çözümleri pdf, dikdörtgen soruları pdf, çokgenler çözümlü sorular pdf, çokgenler test pdf, dörtgenler çözümlü sorular pdf, çember ve daire çözümlü sorular pdf, geometri ispatları pdf, ikizkenar üçgen soruları pdf, üçgende alan pdf, üçgende alan pdf indir, üçgende alan özellikleri, yks geometri soruları, geometri formülleri ve ispatları, açıortay formülünün ispatı, geometri ispatlar pdf, geometri soru bankası, geometri soru bankası çözümleri, dersimiz, dersimiz geometri, asya geometri, ali selim yaman